

上海财经大学第三届数学建模校内赛

A 题：两城市之间的最佳飞机运营方案

某航空公司拟在两城市之间建设新的飞机航线，假设可供选用的飞机类型为：大型机、中型机和小型机，座位类型为：头等舱、商务舱和经济舱，不同类型的飞机可容纳的各种座位的数目不同。假设各类型飞机的头等舱、商务舱和经济舱乘坐条件及环境无差别，另外，再给出如下假设：

首先，飞机飞行一次涉及到的成本包括在两城市机场起降费、燃油费、乘务人员及其他相关费用，且每种类型飞机对应的各类费用可能不同。

其次，一天 24 小时被分为 τ 个时间段，针对给定的第 t ($t = 1, 2, \dots, T$) 个时间段，在该时间段内，头等舱、商务舱和经济舱对应的需求函数分别为 $p_1^t = f_1^t(n_1^t)$ 、 $p_2^t = f_2^t(n_2^t)$ 和 $p_3^t = f_3^t(n_3^t)$ ，其中 f_i^t ($i = 1, 2, 3$) 为单调不增函数， p_i^t 表示机票的价格， n_i^t 表示机票的需求量且取自然数。

请你建立数学模型，求解以下问题：

定义合适的成本函数，确定一天 24 小时内各时间段各类机票的价格，同时为了满足各时间内乘客的飞行需求，选择合适的飞机类型，最终使得航空公司的一天 24 小时内总利润最大（利润=收益-成本）。